

Théorème sur l'énergie

A. Théorème de l'énergie cinétique

LE PFD EST TRADUIT SOUS FORME ENERGETIQUE. Cela permet de déterminer des efforts dynamiques sans avoir à calculer les accélérations mises en jeu.

Pour un solide isolé, $[\Delta T]_1^2 = [W(F_{ext})]_1^2$ avec :

$[\Delta T]_1^2 = T_2 - T_1$, variation de l'énergie cinétique entre la position 2 (finale) et la position 1 (initiale).

$[W(F_{ext})]_1^2$, travail des forces extérieures pour passer de la position 1 à la position 2.

1. Translation rectiligne

Le théorème de l'énergie cinétique devient : $\frac{1}{2}m(V_2^2 - V_1^2) = [W(F_{ext})]_1^2$

2. Rotation d'axe fixe

Le théorème de l'énergie cinétique devient : $\frac{1}{2}J(\omega_2^2 - \omega_1^2) = [W(F_{ext})]_1^2$

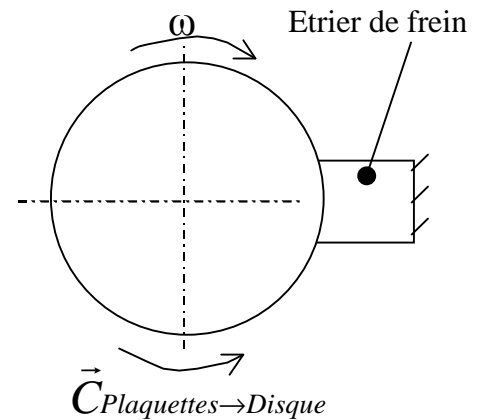
Exemple : Frein à disque

Le frein ($J=100\text{kg.m}^2$), qui tourne à 20 rad/s, doit s'arrêter sur 3 tours.

Le couple nécessaire est de :

$$\frac{1}{2} \times 100(0^2 - 20^2) = C_{\text{Plaquettes} \rightarrow \text{Disque}} \times 3 \times 2\pi$$

$$C_{\text{Plaquettes} \rightarrow \text{Disque}} = 1061 \text{ Nm}$$



B. Loi de conservation de l'énergie

Pour un système isolé énergétiquement et dont les forces dépendent d'une énergie potentielle (forces de pesanteur, actions de ressort), l'énergie mécanique totale est constante entre deux instants successifs.

NB : Isolé énergétiquement, signifie : Pas d'échange avec le milieu extérieur, pas de perte par frottement.

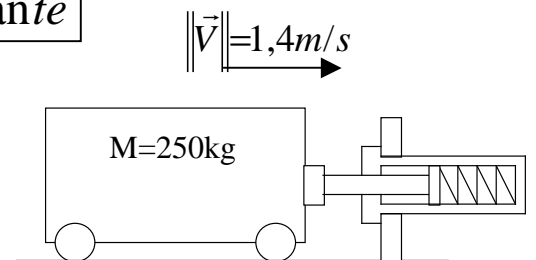
$$E_m = E_{c1} + E_{p1} = E_{c2} + E_{p2} = \text{constante}$$

Exemple :

Le wagonnet roulant à 1,4 m/s est arrêté par un ressort amortisseur dont la course est 100mm.

Position 1 : Wagonnet roule, ressort détendu ($E_p=0$).

Position 2 : Wagonnet arrêté ($E_c=0$), ressort comprimé.



1) Calcul de k (constante de raideur)

Il reste : $E_{c1} = E_{p2}$ ce qui donne :

$$\frac{1}{2}m_w V_1^2 = \frac{1}{2}k \cdot x_{\text{course}}^2$$

$$k = \frac{250 \times 1,4^2}{0,1^2} = 49000 \text{ N/m}$$

2) Energie échangée (de pos1 à pos2)

$$E_{p\text{ressort}} = \frac{1}{2}k \cdot x^2 = \frac{1}{2} \times 49000 \times 0,1^2 = 245 \text{ J}$$

3) Effort sur le ressort en fin de course

$$F = k \cdot x = 49000 \times 0,1 = 4900 \text{ N}$$